

Отдел образования муниципального образования Тепло-Огаревский район

Районный методический кабинет непрерывного образования взрослых

Всероссийская олимпиада школьников по математике

(школьный этап)

ЗАДАНИЯ для 11 КЛАССА

Составитель: М.М.Макарова, учитель математики

МКОУ «Красногвардейская СОШ»

1. Доказать, что любой треугольник можно разрезать на несколько равнобедренных треугольников.
2. Вычислить:

$$A = \sqrt{4(\cos 4)^4 + 3 - 6 \cos 8} + \sqrt{4(\sin 4)^4 + 3 + 6 \cos 8}$$
3. Представьте числа от 1 до 10 с помощью числа π , используя скобки, знаки сложения, вычитания, умножения, деления, извлечения квадратного корня, а также символ функции $[x]$ ($[x]$ - целая часть числа x).
 Например: $11 = [(\pi \cdot \pi + \sqrt{\pi})]$
4. На даче на берегу моря отдыхает семья: дедушка, бабушка, их дочь, зять и внучка. До завтрака они часто купаются в море. При этом известно, что если дед идет купаться, то с ним обязательно идет бабушка и зять; если зять идет купаться, то обязательно берет с собой жену; внучка купается только с бабушкой. Каждое утро по меньшей мере один из стариков непременно купается. Известно, что в то утро купалась или внучка, или ее мама. Спрашивается, кто из членов семьи купался в то утро?
5. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ проведите сечение через вершину A , середину ребра BC и центр грани $DCC_1 D_1$. Вычислите площадь сечения, если ребро куба равно a .

Замечание: все задания оцениваются в 7 баллов

ОТВЕТЫ И РЕШЕНИЯ:

1. Хотя бы одна из высот треугольника находится внутри треугольника. Такая высота делит треугольник на два прямоугольных треугольника. Значит, любой треугольник можно разделить на любое число n ($n \geq 2$) прямоугольных треугольников. А каждый прямоугольный треугольник делится медианой, проведенной к гипотенузе, на два равнобедренных треугольника.

2. $4(\cos 4)^4 + 3 - 6 \cos 8 = 4(\cos 4)^4 + 3 - 6 \cdot (2(\cos 4)^2 - 1) = 4(\cos 4)^4 - 12(\cos 4)^2 + 9 = (2(\cos 4)^2 - 3)^2$.
 $4(\sin 4)^4 + 3 + 6 \cos 8 = 4(\sin 4)^4 + 3 + 6 \cdot (1 - 2(\sin 4)^2) = 4(\sin 4)^4 - 12(\sin 4)^2 + 9 = (2(\sin 4)^2 - 3)^2$.
 $A = |2(\cos 4)^2 - 3| + |2(\sin 4)^2 - 3| = -2(\cos 4)^2 + 3 - 2(\sin 4)^2 + 3 = -2 + 6 = 4$

3. $1 = \pi : \pi \quad 2 = \pi : \pi + \pi : \pi \quad 3 = [\pi] \quad 4 = [\pi] + \pi : \pi \quad 5 = [2\pi] - \pi : \pi$
 $6 = [2\pi] \quad 7 = [2\pi] + \pi : \pi \quad 8 = [3\pi] - \pi : \pi \quad 9 = [3\pi] \quad 10 = [3\pi] + \pi : \pi$

4. Бабушка и внучка. Решим задачу методом от противного: пусть бал на море дед, тогда была с ним и бабушка и зять; но тогда и внучка (с бабушкой), и дочка (с мужем) – это противоречит тому, что внучка одновременно с мамой в то утро не была.

5. $\frac{35a^2\sqrt{23}}{192}$

ЛИТЕРАТУРА:

1. О.Л. Безрукова. Задания для подготовки к олимпиадам. Математика. 5-11 классы – Волгоград: Учитель, 2010
2. Летняя математическая школа: теория, задания, математические бои, олимпиады, опыт организации. Под ред. Ф.Ф.Лысенко, С.О.Иванова. – Ростов-на-Дону: Легион, 2013